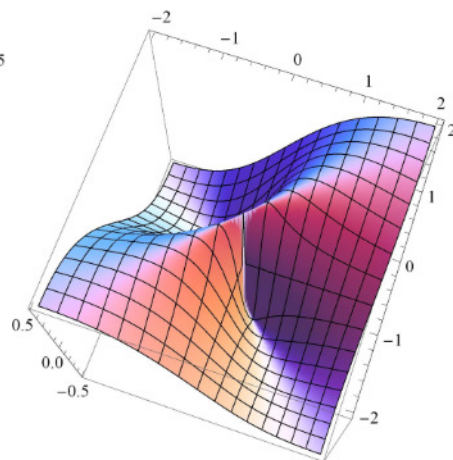
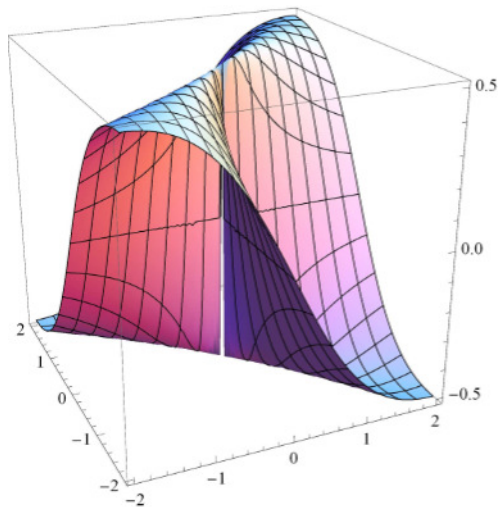
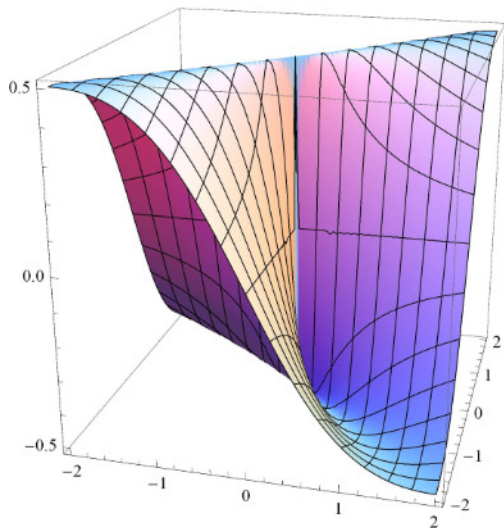


# Limiti e continuità di funzioni di due variabili

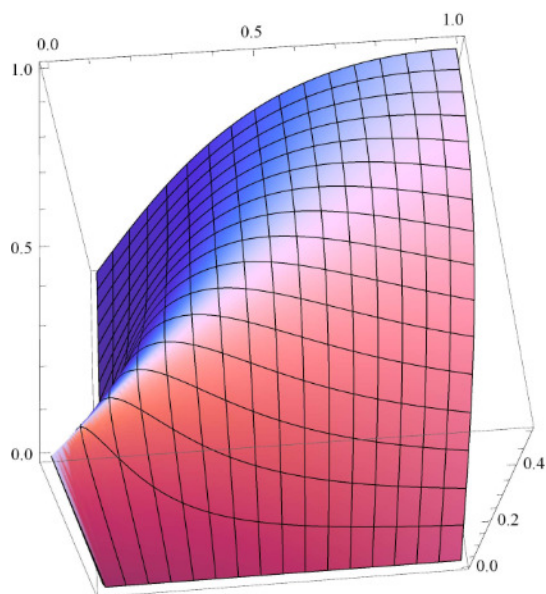
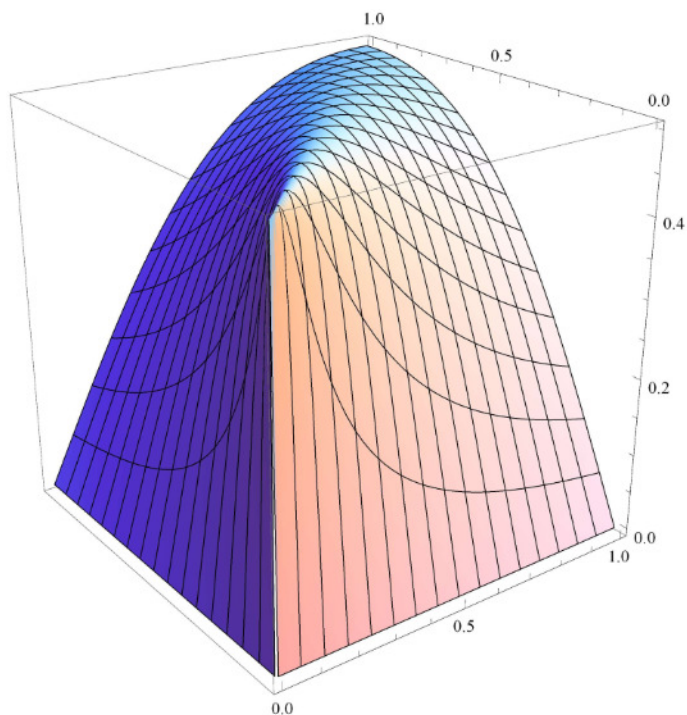
Esempio di funzione omogenea di grado zero, discontinua nell'origine, che ha un valore costante su ogni semiretta uscente dall'origine

```
Plot3D[x y / (x^2 + y^2), {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotPoints -> 50,  
BoxRatios -> {1, 1, 1}, ViewPoint -> {0.972, -3.047, 1.104}]
```



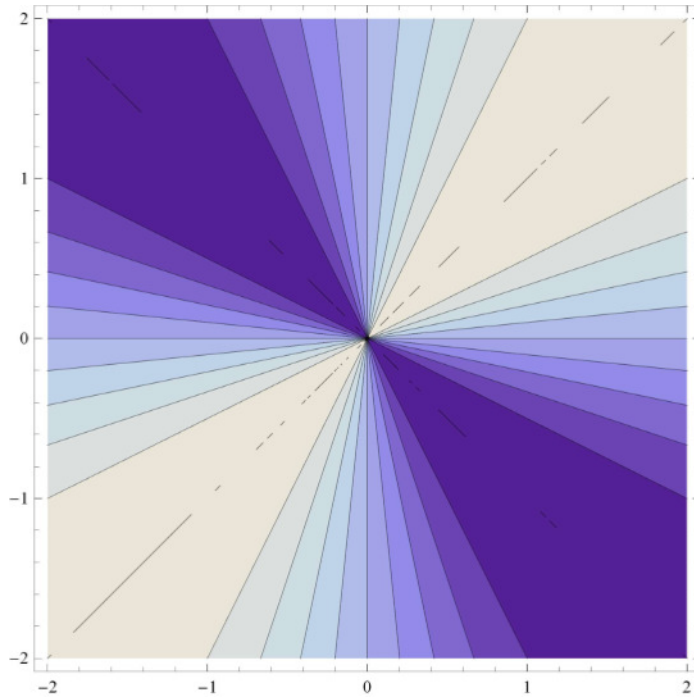
## Grafico della stessa funzione, solo sul primo quadrante

```
Plot3D[x y / (x^2 + y^2), {x, 0, 1},  
  {y, 0, 1}, PlotPoints -> 50, BoxRatios -> {1, 1, 1}]
```



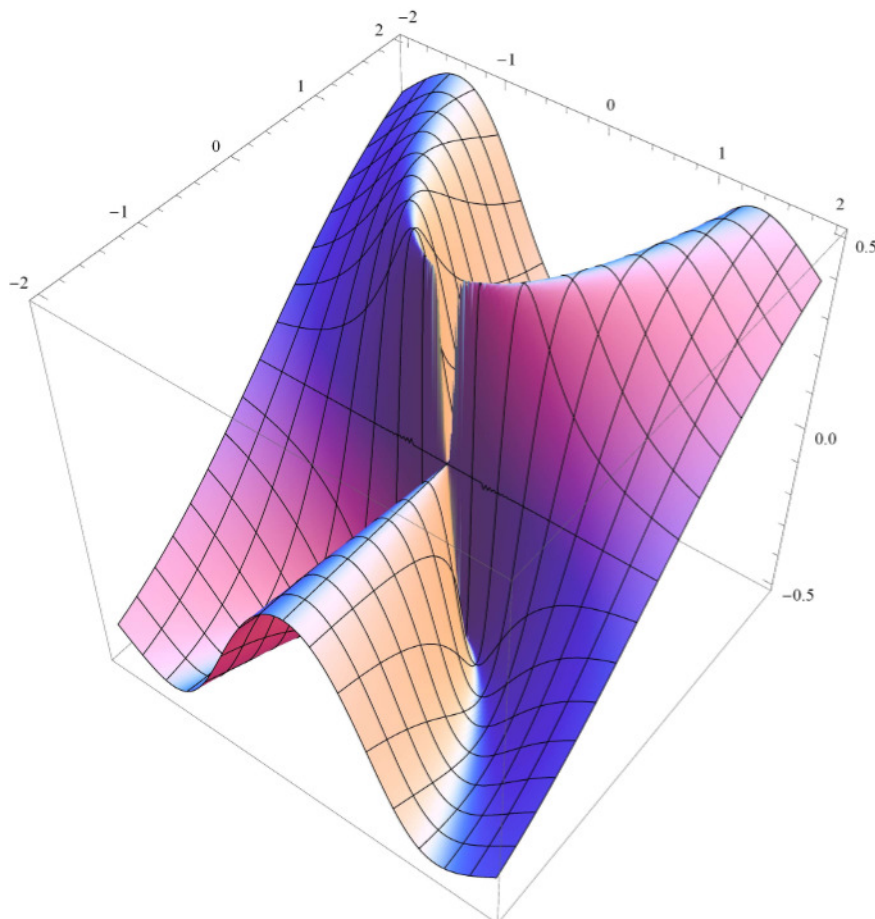
Linee di livello della funzione precedente: sono tante semirette uscenti dall'origine

```
ContourPlot[x y / (x^2 + y^2), {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotPoints -> 50]
```



Esempio di funzione discontinua nell'origine, che tende a zero lungo ogni semiretta uscente dall'origine. Si noti la "dorsale" a forma di parabola, su cui la funzione è costante e vale  $+1/2$  o  $-1/2$

```
Plot3D[(x^2 y) / (x^4 + y^2), {x, -2, 2},  
{y, -2, 2}, PlotPoints -> 100, BoxRatios -> {1, 1, 1}]
```



Le linee di livello di questa funzione sono curve a forma di parabola. Ogni volta che in un punto concorrono diverse linee di livello (come qui nell'origine) questo dimostra che quel punto è di discontinuità

```
ContourPlot[(x^2 y) / (x^4 + y^2),  
{x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotPoints -> 100, Contours -> 20]
```

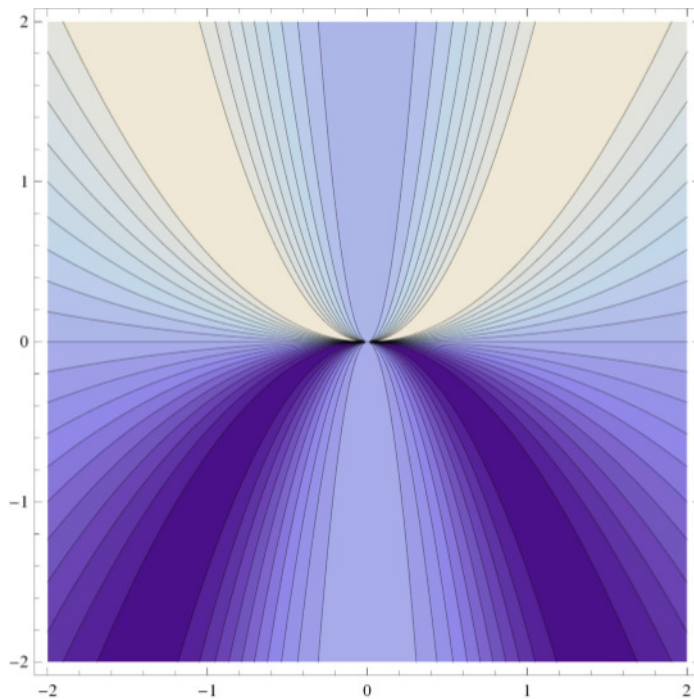
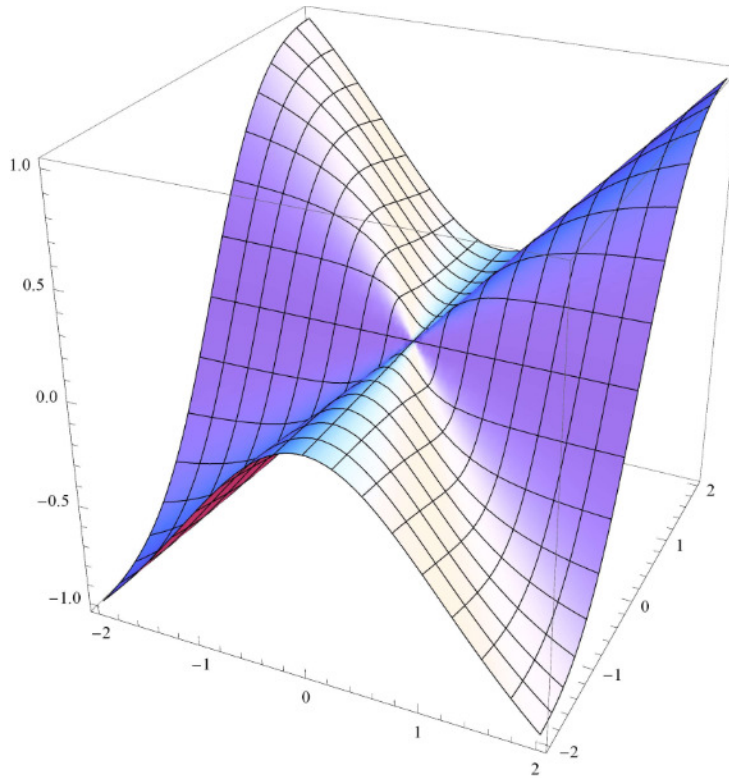


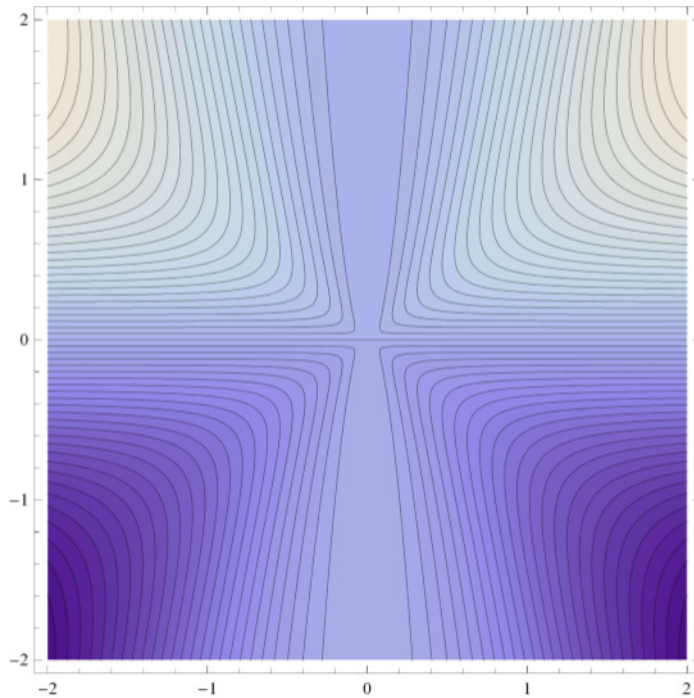
Grafico di funzione omogenea di grado 1 e continua fuori dall'origine, e di conseguenza nell'origine (per il teorema sulle funzioni omogenee di grado positivo)

```
Plot3D[(x^2 y) / (x^2 + y^2), {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotPoints -> 50,  
BoxRatios -> {1, 1, 1}, ViewPoint -> {0.972, -3.047, 1.104}]
```



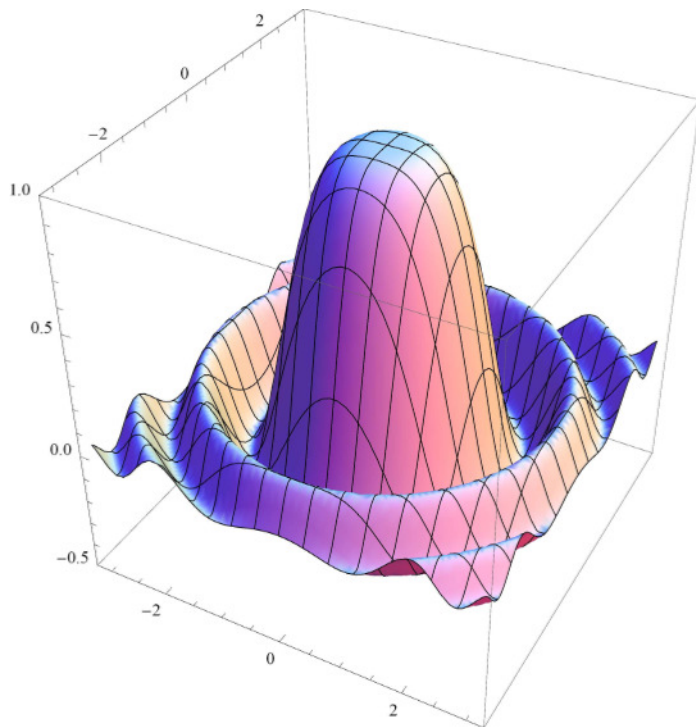
Linee di livello della funzione precedente: si osservi che qui NON si intersecano nell'origine: la funzione è continua.

```
ContourPlot[(x^2 y) / (x^2 + y^2),  
{x, -2, 2}, {y, -2, 2}, PlotPoints -> 100, Contours -> 50]
```



## Esempio di funzione radiale che non è definita nell'origine ma ha limite finito

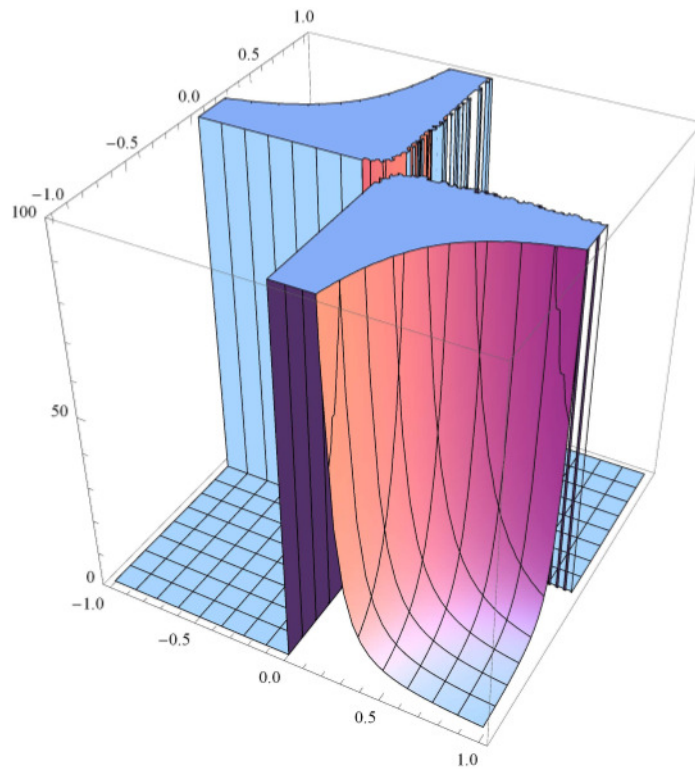
```
Plot3D[Sin[x^2+y^2] / (x^2+y^2), {x, -Pi, Pi}, {y, -Pi, Pi},  
PlotRange -> {-0.5, 1}, PlotPoints -> 50, BoxRatios -> {1, 1, 1}]
```





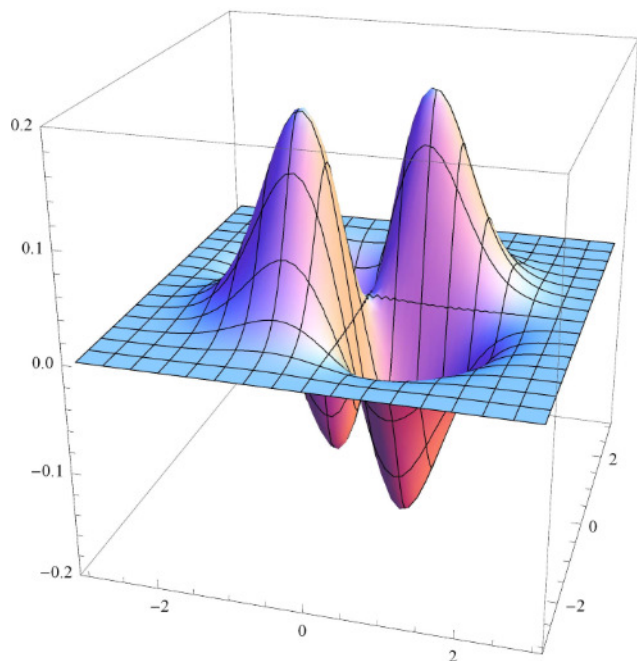
## Esempio di funzione che non ha limite né finito né infinito nell'origine

```
Plot3D[Exp[-1/(x y)], {x, -1, 1}, {y, -1, 1},  
PlotPoints -> 50, BoxRatios -> {1, 1, 1}, PlotRange -> {0, 100}]
```

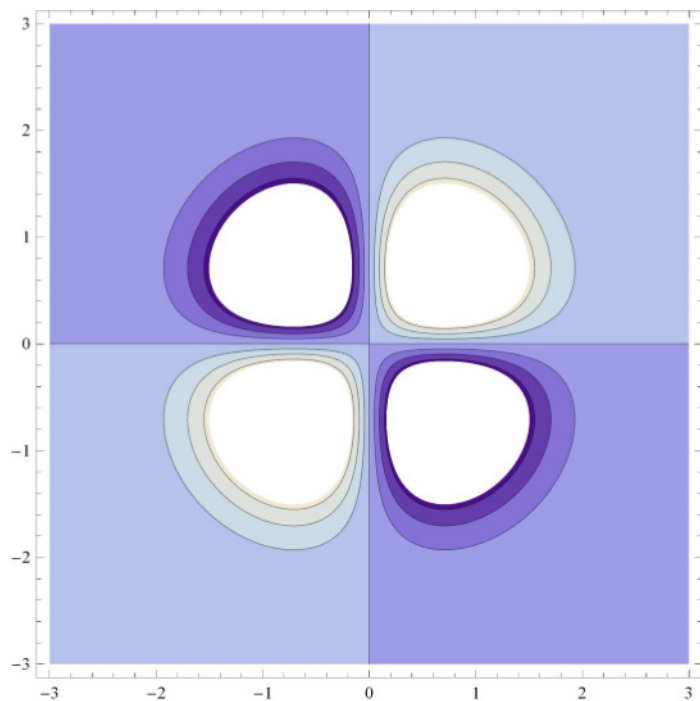


## Esempio di funzione (non radiale) che tende a zero all'infinito

```
Plot3D[x y Exp[-(x^2 + y^2)], {x, -3, 3}, {y, -3, 3},  
BoxRatios -> {1, 1, 1}, PlotPoints -> 50, PlotRange -> {-0.2, 0.2}]
```



```
ContourPlot[x y Exp[-(x^2 + y^2)], {x, -3, 3}, {y, -3, 3}, PlotPoints -> 100]
```



```
ContourPlot[x y Exp[-(x^2 + y^2)],  
{x, 0, 3}, {y, 0, 3}, PlotPoints -> 100, Contours -> 30]
```

