Riferimenti per lo studio del corso di
Metodi Analitici per le EDP
Ing. Matematica, a.a. 2023/2024. Politecnico di Milano
Settimana 1
Prof. M. Bramanti

Riferimenti di studio e esercizi per la settimana 1
Si veda anche il programma dettagliato disponibile alla pagina web del corso.

Introduzione alle EDP:
scaricare dalla pagina webeep del corso le slides della lezione introduttiva.
Richiami e complementi di analisi funzionale:
Dal libro di testo:
§6.2, 6.3, 6.4, 6.5.1, 6.5.2.
Equazione di Laplace:
Dal libro di testo:
Cap.1, Introduzione.
Cap.3, §3.1, 3.2, 3.3.4 (per ora in parte)

Files da scaricare dalla pagina webeep del corso:
Slides della lezione di "Introduzione alle EDP" (file ppt)
Toolbox "Richiami su serie di funzioni e serie di Fourier" (file pdf)
"L'equazione di Laplace sul cerchio" (file pdf)
"Lavagne della lezione" (2 files pdf)
"Esercitazioni di EDP 01" (file pdf)

Rifare gli esercizi svolti a lezione
e svolgere gli altri contenuti nel file "Esercitazioni di EDP 01"

Approfondimento. Chi vuole mettersi alla prova, affronti i prossimi:

Esercizio 1 *Risolvere il seguente problema di Dirichlet per il laplaciano sulla corona circolare:*

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial u}{\partial \rho} + \dfrac{1}{\rho^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial \vartheta^2} = 0 & \text{per } \rho \in (1,2)\,, \vartheta \in [0,2\pi] \\ u(1,\vartheta) = 0 & \text{per } \vartheta \in [0,2\pi] \\ u(2,\vartheta) = f(\vartheta) & \text{per } \vartheta \in [0,2\pi] \end{cases}$$

[Suggerimento: utilizzare i passaggi di partenza del metodo di separazione delle variabili sul cerchio. Attenzione però al fatto che ora le soluzioni $R(\rho)$ illimitate per $\rho \to 0$ non vanno più scartate, perché lavoriamo sull'intervallo $\rho \in (1,2)$].

Esercizio 2 *Nel teorema di unicità abbiamo considerato la classe di funzioni* $C^2(\Omega) \cap C^1(\overline{\Omega})$*. Si consideri quest'esempio, nel piano: sia* Ω *il cerchio unitario centrato nell'origine, e sia*

$$u(x,y) = (x^2+y^2)\left(1-\sqrt{x^2+y^2}\right)^{3/2}.$$

Verificare che questa funzione appartiene a $C^2(\Omega) \cap C^1(\overline{\Omega})$ *ma non appartiene a* $C^2(\overline{\Omega})$*. Calcolare esplicitamente* Δu*.*

[Suggerimento: si tratta di una funzione radiale che ponendo $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ *si può esprimere come* $\rho^2(1-\rho)^{3/2}$*].*