

**Riferimenti per lo studio del corso di
Metodi Analitici per le EDP**
Ing. Matematica, a.a. 2023/2024. Politecnico di Milano
Settimana 6
Prof. M. Bramanti

Si veda anche:

il programma dettagliato disponibile alla pagina web del corso (aggiornato a questa settimana);

il file “Domande-tipo di teoria sulla parte di programma svolta fin qui”, scaricabile dalla pagina web del corso (aggiornato a questa settimana).

La classificazione delle equazioni lineari del second'ordine:

Cap.5, §5.5.1. v. file powerpoint “Classificazione delle EDP lineari del 2 ordine” e file pdf su quella lezione, su WeBeep.

[FUORI dal programma d'esame:

Concetti diversi di soluzione di un'EDP e motivazione alla formulazione debole dei problemi:

v. file powerpoint “Concetti di soluzione” e file pdf su quella lezione, su WeBeep].

Spazi di Sobolev

Cap. 7, §7.5.2, 7.5.3, 7.5.4, 7.5.5, 7.5.6, 7.7.1, 7.7.3, 7.8.1., 7.8.2 (tutto questo, solo in parte)

Files da scaricare dalla pagina WeBeep del corso:

“Lavagne delle lezioni” (1 file pdf).

2 File powerpoint con le slide e due file pdf discorsivi, per le lezioni di “intermezzo” di questa settimana (tipi di equazioni, tipi di soluzioni). Per sapere cosa *non è* in programma d'esame, leggere quanto scritto nei file pdf.

Esercizi sugli Spazi di Sobolev

Esercizio. Di ciascuna delle seguenti funzioni di una variabile, stabilire se appartiene a $H^1(-1, 1)$, giustificando la risposta:

$$f_1(x) = \sin|x|; \quad f_2(x) = \frac{\sin|x|}{x}; \quad f_3(x) = \frac{\sin x}{|x|^{3/4}}.$$

Esercizio. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{|x|^\alpha y}{x^2 + y^2}$$

appartiene a $H^1(B_1(0, 0))$, per quali è lipschitziana in $B_1(0, 0)$, per quali è $C^1(B_1(0, 0))$. Ci sono valori di α per cui f è H^1 ma discontinua?

Esercizio. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione di tre variabili

$$f(x, y, z) = \frac{|x|^\alpha yz}{x^2 + y^2 + z^2}$$

appartiene a $H^1(B_1(0, 0, 0))$. Ci sono valori di α per cui f è H^1 ma discontinua?