

**Riferimenti per lo studio del corso di**  
**Metodi Analitici per le EDP**  
Ing. Matematica, a.a. 2024/2025. Politecnico di Milano  
**Settimana 6**  
Prof. M. Bramanti

Si veda anche il programma dettagliato disponibile alla pagina web del corso (aggiornato a questa settimana).

*Equazioni alle derivate parziali e probabilità:*  
Cap. 8, par. 8.1.3.

*Equazioni ellittiche, paraboliche e iperboliche:*  
Cap. 7, tranne il par. 7.2.5.  
Studiare l'Esempio 7.15 di problema malposto per l'equazione della corda vibrante.

*Spazi di Sobolev:*  
Cap. 9, par. 9.1, 9.2.  
Studiare gli esempi di funzioni discontinue ma  $H^1$ , in dimensione  $n > 1$ , riportati alle pp. 370-1.  
*Svolgere i seguenti esercizi* sugli spazi di Sobolev: par. 9.5, Esercizi 9.96-9.102.

*Nota:* considerate questi esercizi come un test di comprensione della teoria. Esercizi sugli spazi di Sobolev non saranno richiesti all'esame.

*Forme bilineari e problemi variazionali astratti su spazi di Hilbert:*  
Cap. 9, par. 9.3.

*Formulazione debole di problemi ai limiti per operatori ellittici:*  
Cap. 9, par. 9.4.1 (per ora in parte).

**Approfondimenti facoltativi**

-Per chi vuole riprendere i *due seminari facoltativi che sono stati svolti*, o per chi non vi ha partecipato ma è interessato, alla pagina web dei video delle lezioni sono scaricabili i video e le slide dei due seminari.

-*Verso le equazioni differenziali stocastiche.* Come già suggerito la settimana scorsa, la lettura del par. 8.2 (non in programma) può essere un approfondimento interessante per chi vuole avere una prima idea del mondo delle *equazioni differenziali stocastiche*, e del suo nesso con quello delle EDP. Tra l'altro, ora che abbiamo studiato il concetto di operatore parabolico e *ultraparabolico*, lo studente può meglio cogliere le proprietà dell'*operatore di Kolmogorov-Fokker-Planck*, di cui si parla nel par. 8.2.

-*Equazioni degeneri.* Nel par. 7.2.5 (non in programma) si presentano in dettaglio esempi di problemi di Dirichlet per *operatori ellittici degeneri* sul cerchio. Chi è interessato, leggendo quegli esempi troverà punti di contatto con il primo dei due seminari che sono stati svolti.

-*Sul concetto di soluzione debole.* In queste ultime lezioni saremo interessati a stabilire risultati generali di buona posizione di problemi ai limiti in forma debole, per equazioni ellittiche, e *non* a risolvere esplicitamente tali problemi (cosa generalmente impossibile, in forma esatta). Tuttavia, in alcuni semplici casi unidimensionali, la soluzione esplicita è possibile, e può offrire degli istruttivi punti di vista sul significato del concetto di soluzione debole. Chi è interessato, può leggere (tutto o in parte) il par. 9.4.7 (non in programma), contenente vari esempi numerici di questo tipo, svolti in dettaglio.