

**Riferimenti per lo studio del corso di
Metodi Analitici per le EDP**
Ing. Matematica, a.a. 2025/2026. Politecnico di Milano
Settimana 7 (gio 9, ven 10, lun 13 aprile)
Prof. M. Bramanti

*Si veda anche il programma dettagliato disponibile alla pagina web del corso.
Nei primi minuti del video dell'ultima lezione si illustrano le modalità d'esame.
I video e le slide dei due seminari facoltativi tenuti lunedì 13 sono visibili
alla pagina web dei video del corso.
E' possibile scaricare dalla pagina web del corso l'elenco delle domande-tipo
da esame e dei tipi di esercizi richiesti all'esame.*

*Spazi di Sobolev
Proprietà delle tracce.
Cap.9, par. 9.2.5*

*Forme bilineari e problemi variazionali astratti su spazi di Hilbert:
Cap. 9, par. 9.3.*

*Formulazione debole di problemi ai limiti per operatori ellittici:
Cap. 9, par. 9.4.1, 9.4.2, 9.4.3.*

Approfondimenti facoltativi

-Per chi vuole riprendere i *due seminari facoltativi che sono stati svolti*, o per chi non vi ha partecipato ma è interessato, alla pagina web dei video delle lezioni sono scaricabili i video e le slide dei due seminari.

-*Sul concetto di soluzione debole.* Nelle ultime lezioni ci siamo interessati a stabilire risultati generali di buona posizione di problemi ai limiti in forma debole, per equazioni ellittiche, e *non* a risolvere esplicitamente tali problemi (cosa generalmente impossibile, in forma esatta). Tuttavia, in alcuni semplici casi unidimensionali, la soluzione esplicita è possibile, e può offrire degli istruttivi punti di vista sul significato del concetto di soluzione debole. Chi è interessato, può leggere (tutto o in parte) il par. 9.4.7 (non in programma), contenente vari esempi numerici di questo tipo, svolti in dettaglio.

-*Risultati di regolarità.* Uno sviluppo naturale e importante della teoria delle soluzioni deboli consiste nei *risultati di regolarizzazione*, che affermano che la soluzione debole, quando coefficienti, termine noto, dati al bordo e dominio sono sufficientemente regolari, è essa stessa più regolare rispetto alla sola appartenenza ad H^1 . Di questo a lezione è stato dato solo un cenno. Chi è interessato può leggere il par. 9.4.5.

-*Uno sguardo d'insieme.* Chi è interessato ad avere una visione d'insieme degli argomenti trattati in questo corso anche da un *punto di vista storico*, può leggere alcuni paragrafi del saggio di Brezis-Browder che potete scaricare alla

pagina web del corso. Si tratta di un articolo pubblicato nel 1998 da due famosi esperti di EDP, centrato sulla storia delle EDP nel 20° secolo, ma con richiami significativi anche sulla storia delle EDP a partire dagli studi iniziali a metà del 18° secolo e nel 19° secolo.

In particolare, i paragrafi che riguardano argomenti toccati in questo corso (quindi i più comprensibili per voi) sono:

par. 1, 2, 3 (teoria classica), par. 10 (classificazione delle EDP), par. 11, 12, 13, 14 (teoria moderna in spazi di Hilbert).

Naturalmente, anche la lettura di altri paragrafi può essere istruttiva; in particolare, i par. 4-9 sono un'importante cerniera tra la teoria classica e la teoria moderna e, pur toccando argomenti di cui non abbiamo parlato nel corso, dovrebbero risultare comprensibili e interessanti.