

Compiti di Metodi Matematici per l'Ingegneria

a.a. 2021/2022. Politecnico di Milano

Settimana 8

Prof. M. Bramanti

Nota bene: questa parte del programma rientra nella seconda parte del corso, quindi non rientra nella prima prova in itinere ma rientrerà nella seconda.

Riferimenti di studio per la settimana 8:

Libro di testo:

Cap.2, §2.3.4, 2.4, 2.5, 2.6; Cap.3, §3.1.

Svolgere i seguenti esercizi

Sugli spazi L^p : Esercizio 2.25.

Sugli integrali doppi, teorema di Fubini-Tonelli: Esercizi 2.23, 2.24 (servono a capire meglio le ipotesi e i limiti di applicabilità del teorema).

Sulla convoluzione: Esercizi 2.28, 2.32, **2.33** (quest'ultimo è un esercizio che richiede calcoli espliciti, importante; i punti (a) e (d) sono stati svolti a lezione).

Sugli operatori lineari continui: Esercizio 3.1.

Svolgere gli esercizi di riepilogo sugli spazi di funzioni: Esercizi 2.35, 2.36 (tranne i punti che coinvolgono gli spazi L^p_{loc} , di cui non abbiamo parlato).

Sugli spazi L^p , svolgere anche il seguente:

Esercizio. In $L^p(\mathbb{R})$ si considerino le funzioni

$$f(x) = \chi_{(0,1)}(x); g(x) = \chi_{(1,2)}(x).$$

Calcolare esplicitamente, per queste due funzioni, e per $p \in (0, \infty)$, le quantità

$$\|f + g\|_p$$

e

$$\|f\|_p + \|g\|_p$$

osservando che se $p < 1$ la disuguaglianza triangolare non è soddisfatta. Dedurne che la "norma" L^p non è una norma per $p \in (0, 1)$.

Per chi vuole approfondire l'argomento degli operatori lineari continui si suggerisce di leggere anche il paragrafo 3.2 sui funzionali lineari continui (non in programma) e svolgere l'esercizio 3.13, come verifica della comprensione.