

## Compiti di Metodi Matematici per l'Ingegneria

a.a. 2021/2022. Politecnico di Milano

### Settimana 9

Prof. M. Bramanti

#### Riferimenti di studio per la settimana 9:

**Libro di testo:** Cap. 4, §4.1, 4.2, 4.3, 4.4 (in parte), 4.6.1.

#### Svolgere i seguenti esercizi:

Esercizio 4.1; svolgere dettagliatamente (o svolgere nuovamente, nei casi già visti a lezione) gli Esercizi 4.2, 4.3, 4.4 (ortonormalizzazione delle potenze in opportuni spazi per generare i polinomi di Legendre, Laguerre, Hermite).

Svolgere gli esercizi 4.5, 4.7.

Svolgere il seguente:

**Esercizio.** In  $L^p(\mathbb{R})$  si considerino le funzioni

$$f(x) = \chi_{(0,1)}(x); g(x) = \chi_{(1,2)}(x).$$

Calcolare esplicitamente, per queste due funzioni, e per ogni  $p \in [1, \infty]$ , le quantità

$$\|f + g\|_p^2 + \|f - g\|_p^2$$

e

$$2 \left( \|f\|_p^2 + \|g\|_p^2 \right)$$

osservando che le due quantità coincidono solo se  $p = 2$  (nel calcolo, occorre distinguere il caso  $p = \infty$  dagli altri casi). Dedurre, in base all'uguaglianza del parallelogramma, che tra tutti gli spazi  $L^p(\mathbb{R})$  solo  $L^2(\mathbb{R})$  ha una norma che proviene da un prodotto scalare.

*Per chi vuole approfondire lo studio dell'equazione della corda vibrante. Leggere tutto il §4.6.1.*