

Compiti di Analisi Matematica 2
Ing. Elettronica, a.a. 2025/2026. Politecnico di Milano
Settimana 1
Prof. M. Bramanti

Riferimenti di studio per la settimana 1:

Argomenti svolti a lezione:

Libro di testo: Cap.1, §1, 2, 3.1.; Cap.2, §1, 2, 3.1. 3.2, 3.3, 3.5.

Eserciziario, § 1.1; § 2.1.

Scaricare dal sito del corso, e leggere con attenzione, i file:

“Consigli sullo studio dell’esame di analisi 2”;

“Come studiare le dimostrazioni”.

A. MOOC sulle equazioni differenziali

Dal portale <https://www.pok.polimi.it/> cliccare su “Tutti i corsi” e cercate il corso “equazioni differenziali lineari del second’ordine” (titolo e corso sono in italiano), loggatevi con le vostre credenziali, quindi scegliete la scheda “Corso”, che vi porta alla pagina web del sommario del corso. Da lì cliccando sul titolo di ogni lezione si apre il filmato corrispondente.

Visionare e studiare le seguenti lezioni:

week 1 entro lunedì 22 settembre,

week 2 entro venerdì 26 settembre,

week 3 entro lunedì 29 settembre.

Riferimenti di studio per le lezioni del MOOC:

Per la week 1:

Libro di testo: Cap.1, §3.2, 3.3, 3.4

Eserciziario: §1.2.A, 1.2.B

Per la week 2:

Libro di testo: Cap.1, §3.5

Eserciziario: §1.2.C

Per la week 3:

Libro di testo: Cap.1, §3.6

Eserciziario: §1.2.E.

B. Svolgere (se già non lo si è fatto) il test sui prerequisiti (scaricabile alla pagina web del corso) e dopo averlo svolto confrontare con le soluzioni (scaricabili alla pagina web del corso).

C. Svolgere i seguenti esercizi dall’Eserciziario:

Equazioni del prim’ordine:

Esercizi standard di risoluzione di problemi di Cauchy: almeno dieci esercizi tra i nn. da 1.1 a 1.33.

Esercizi teorici: almeno cinque tra i nn. 1.34-1.42;

Esercizi modellistici:

-A lezione abbiamo visto il modello di Malthus di dinamica delle popolazioni, in base al quale se il tasso di natalità è maggiore del tasso di mortalità, la popolazione cresce indefinitamente a ritmo esponenziale. Più realisticamente, si può supporre che se la popolazione è troppo numerosa, le risorse di nutrimento scarseggino; in altre parole, si suppone che l'ambiente possa "sopportare" al più k individui della popolazione in questione (k viene detto "capacità dell'ambiente"). Questo è il cosiddetto modello di Verhulst. Si veda l'Esercizio 1.46.

-A lezione abbiamo visto l'esempio della caduta dei gravi con attrito proporzionale alla velocità. Un modello più realistico, quando la velocità del grave è elevata, è che l'attrito sia proporzionale al *quadrato della velocità*. Si veda l'Esercizio 1.51 su questo.

-A lezione abbiamo discusso il circuito elettrico LR in corrente continua e alternata, con tensione applicata sinusoidale. Rifare, con tutti i dettagli di calcolo, questo secondo caso: si veda l'esercizio 1.55 b.

Equazioni lineari del second'ordine omogenee a coefficienti costanti (cioè la week 1 del MOOC):

Almeno 5 esercizi del gruppo 1.61-1.68.

Funzioni vettoriali di una variabile, curve in $\mathbb{R}^m$

Esercizi 2.1-2.5.

D. Svolgere i seguenti ulteriori esercizi sui prerequisiti:

Risolvere le seguenti equazioni in y . La lettera c indica una costante arbitraria, e si può usare con questo significato anche nelle formule risolutive. (Ad esempio, se c è una costante arbitraria anche $3c - 1$ è una costante arbitraria, che possiamo decidere di indicare ancora con c ; invece c^2 non è una costante arbitraria, ma una costante non negativa arbitraria).

$$\begin{aligned} -\frac{1}{y} &= \frac{x^2}{2} + c \\ \log \left| \frac{1-y}{1+y} \right| &= -2 \log |x| + c \\ \frac{1}{y-1} &= -xe^{-x} - e^{-x} + c \end{aligned}$$

Calcolare i seguenti integrali (che potrebbero apparire nella formula risolutiva di un'equazione differenziale):

$$e^{\pm \int \frac{2x}{1+x^2} dx};$$

$$\int \cos x e^{\int \cot x dx} dx$$

$$\int e^{\int \frac{2x}{1+x^2} dx} \cdot \frac{dx}{x(1+x^2)}$$

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \sqrt{1 + f'(x)^2} dx \text{ per } f(x) = x^2, f(x) = \log x$$

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \cos t} dt$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 \vartheta d\vartheta$$