

L'ABACO DI GERBERTO

E L'APPRENDIMENTO DELLA SCRITTURA POSIZIONALE DEI NUMERI

Riceviamo e volentieri pubblichiamo

Scrivo queste riflessioni stimolato dalla lettura del contributo di Anna Paola Longo su *La scrittura posizionale dei numeri* (Emmeciquadro n. 32, 2008).

Anche se non ho esperienza specifica di ricerca nel campo della didattica della matematica elementare, vorrei fare qualche considerazione su questo tema, sulla base della lettura dell'articolo citato, della mia esperienza di genitore di bambini in età scolare, e della conoscenza dell'abaco di Gerberto, che spiegherò poi cos'è.

Ci sono varie difficoltà per un bambino nell'apprendere la scrittura posizionale dei numeri, che provo a sintetizzare nei punti seguenti.

Capire la regola di base della scrittura posizionale: «ogni cifra ha un valore diverso a seconda della posizione che occupa». Questo ha a che fare con la distinzione tra numero e cifra.

Imparare a individuare le posizioni, all'interno del numero: nell'abaco, o in certi schemi fatti di caselle, che i bambini disegnano sul quaderno, le posizioni sono chiaramente fissate, ma un bambino può chiedersi: «se devo scrivere un numero su un foglio bianco, dov'è la posizione delle decine?» Questo ha a che fare con il significato relativo e non assoluto delle «posizioni», e con il ruolo dello zero.

Superare quella che è una vera e propria ambiguità linguistica: comunemente, la parola «decina», per esempio, viene usata sia per indicare una quantità («una decina di mele») sia per indicare una «posizione» nel numero («scrivi quella cifra sotto le decine»). In questa fase dell'apprendimento questa ambiguità può introdurre una seria difficoltà.

Una volta imparato a leggere e scrivere i numeri e a conteggiare oggetti, si apre poi tutto l'ulteriore problema di come eseguire le operazioni sfruttando la scrittura posizionale.

Nell'articolo citato si fanno interessanti osservazioni sull'uso didattico dell'abaco tradizionale, per affron-

tare questo percorso di apprendimento. Una prima osservazione che mi è nata spontanea paragonando queste affermazioni con l'esperienza dei miei bambini è stata: già, ma per essere utile l'abaco dovrebbe essere «vero», non solo disegnato sul quaderno! Nell'operazione empirica di conteggiare oggetti reali e registrarne il numero sull'abaco, o di sommare due numeri con l'abaco, tutta l'utilità del maneggiare velocemente palline di legno tra le dita, di passare alla colonna successiva quando si è raggiunta la decina, e così via, si perde se si è invece costretti a disegnare interminabili sequenze di cerchietti colorati su un foglio di carta, rischiando continuamente di perdere il conto e comunque annoiandosi a morte. Credo che in questa situazione il bambino non riesca a vedere l'abaco come un vero strumento che lo aiuta, ma piuttosto come un esercizio di trascrizione di una procedura che, in qualche modo più o meno consapevole, ha già fatto mentalmente. Ora, non so se sia normale che nelle scuole elementari i bambini abbiano ciascuno un proprio abaco di legno (o plastica). Nell'era del computer (anche a scuola) sarebbe un interessante e utile surrogato un software didattico che rappresentasse sullo schermo un abaco tradizionale, e sul quale il bambino potesse esercitarsi «trascinando col mouse» le palline sulle asticciolate. Sto suggerendo qualcosa che c'è già?

Faccio ora un passo avanti. Senza voler sminuire l'utilità didattica che l'abaco tradizionale può avere nella prima fase di apprendimento, mi sembra che il suo aspetto sia troppo lontano da quello dei numeri scritti col sistema decimale, per essere l'«unico» ausilio all'apprendimento del sistema posizionale. Manca, secondo me, un passaggio intermedio, che abbia qualcosa dell'abaco e qualcosa dei numeri scritti su carta, per rendere più graduale l'apprendimento. Ora, studiando per mia curiosità un po' di storia della matematica nel medio evo, mi sono reso conto che que-

sto anello intermedio è effettivamente esistito, nella storia: si tratta dell'abaco di Gerberto. Gerberto d'Aurillac, divenuto Papa Silvestro II intorno all'anno Mille, fu uno dei più grandi uomini di cultura matematica e scientifica nell'Europa dell'anno Mille. Nei suoi studi in Catalogna aveva appreso molto della matematica araba, e provò a introdurre in Francia, da vero pioniere, qualcuna delle nuove idee, che solo circa duecento anni dopo si sarebbero affermate definitivamente nell'Occidente cristiano. Fra queste vi erano le cifre indiane e l'uso di uno speciale abaco, fatto come quello rappresentato nell'immagine.

Si tratta di una sorta di scacchiera, in cui le colonne rappresentano, da sinistra a destra, unità, decine, centinaia, eccetera; in ogni riga possiamo registrare un numero, posizionando un gettone che riporta la cifra desiderata; lo zero non esiste: basta, ovviamente, lasciare la casella vuota. Nell'abaco dell'immagine, per esempio, nelle prime tre righe sono rappresentati i numeri 13, 87, 4019 (le cifre sono quelle indiane dell'anno Mille).

Mi chiedo se questo tipo di abaco (ovviamente con gettoni che riportino le cifre moderne, ma sempre rigorosamente senza lo zero) potrebbe essere un utile ausilio didattico, in qualche modo un momento di passaggio intermedio tra l'abaco tradizionale e la scrittura su carta.

Quali sono i vantaggi e in che senso è un punto «intermedio»?

Le colonne e le caselle, chiaramente tracciate, individuano senza ambiguità le «posizioni» (come le asticchie dell'abaco); tuttavia l'uso dei gettoni con le cifre rende il suo aspetto più simile al numero scritto su carta, rispetto alle pile di palline infilate sulle aste.

Una sola tavola ha tante righe, quindi contiene tanti numeri; in particolare, va bene per imparare a fare somme e sottrazioni in colonna (mentre con un solo abaco tradizionale questo non riesce).

Rispetto all'abaco tradizionale, richiede una maggior astrazione: la somma di due cifre va eseguita a mente - o sulle dita - ma comunque non facendo scorrere le palline una a una.

Può essere didatticamente utile per insegnare l'uso dello zero (che qui non c'è!). Infatti, dopo un po' che lo si usa, è naturale chiedersi: se non ho a disposizione la tavola e i gettoni, ma carta e penna, come faccio a scrivere un numero? Allo stesso modo: ma quando nella tavola ho una casella vuota, come la rappresento? Sarà meglio inventare un simbolo apposito, per

indicare questo «spazio vuoto tra due posizioni»: lo zero nasce così.

Anche storicamente: gli indiani usavano le nove cifre e lasciavano spazi vuoti, gli arabi capirono che era meglio inventare un simbolo apposito per lo spazio, e introdussero lo *zephirum*, ossia lo zero.

In pratica, poiché vedo poco realistico pensare che i nostri bambini si mettano in cartella un abaco di Gerberto, si potrebbe realizzare un *software* didattico che lo raffigura, in cui la manipolazione dei gettoni è fatta mediante il *mouse*.

Qualcuno obietterà che, per apprendere, i bambini hanno bisogno di manipolare oggetti reali, piuttosto che virtuali; tuttavia credo che oggi come oggi non sia sbagliato considerare esperienze utili anche le «manipolazioni» fatte usando il *mouse* di un PC, soprattutto da parte di bambini che a volte in questo hanno più destrezza di tanti adulti. Inoltre, se questa dovesse essere una buona idea, un piccolo *software* si diffonde molto meglio di un ingombrante manufatto. Gerberto dovrebbe essere il nome della mascotte che compare quando si chiede *Help!*, naturalmente. Qualcuno ha voglia di provarci?

Marco Bramanti

Professore di Analisi Matematica, Politecnico di Milano

