

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa:
MATEMATICA
Calcolo infinitesimale e algebra lineare
Seconda edizione, Ed. Zanichelli, Bologna, 2004

Indice

Cap. 1. I numeri

1. Insiemi
2. Sommatorie, progressione geometrica, formula di Newton
 - 2.1. Il simbolo di sommatoria
 - 2.2. Fattoriale di n
 - 2.3. Coefficienti binomiali e formula di Newton
3. I numeri razionali. Campi ordinati
4. I numeri reali
5. Massimo e minimo. Estremo superiore ed estremo inferiore
6. Potenze e radicali. Esponenziali e logaritmi
 - 6.1. Radici n -esime aritmetiche
 - 6.2. Potenze ed esponenziali
 - 6.3. Logaritmi
7. Insiemi infiniti
8. Numeri complessi
 - 8.1. Definizione di \mathbb{C} e struttura di campo
 - 8.2. Coniugato e modulo
 - 8.3. Forma trigonometrica
 - 8.4. Radici n -esime
9. Funzioni

Cap. 2. Elementi di geometria e algebra lineare

1. Vettori nel piano e nello spazio
 - 1.1. Operazioni fondamentali sui vettori
 - 1.2. Prodotto scalare e vettoriale
2. Geometria analitica lineare nello spazio
3. Spazi vettoriali
 - 3.1. Vettori n -dimensionali: lo spazio \mathbb{R}^n . Spazi vettoriali astratti
 - 3.2. Prodotto scalare in \mathbb{R}^n
 - 3.3. Spazi vettoriali con prodotto scalare
 - 3.4. Il concetto di linearità
4. Matrici e trasformazioni lineari
 - 4.1. L'algebra delle matrici
 - 4.2. Rappresentazione matriciale delle trasformazioni lineari
 - 4.3. Determinante

- 4.4. Caratteristica di una matrice
- 4.5. Matrice inversa
- 5. Sistemi lineari
 - 5.1. Generalità. Metodo di Cramer
 - 5.2. Immagine e nucleo di una trasformazione lineare da \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^m
 - 5.3. Sistemi generali. Teorema di Rouché-Capelli
- 6. Autovalori e autovettori. Diagonalizzazione
 - 6.1. Matrici diagonalizzabili
 - 6.2. Autovalori ed autovettori di una matrice
 - 6.3. Condizioni di diagonalizzabilità

Cap. 3. Successioni e serie

- 1. Successioni
 - 1.1. Definizione di successione. Definizione di limite
 - 1.2. Successioni monotone
 - 1.3. Calcolo dei limiti
 - 1.4. Il numero e
 - 1.5. Confronti e stime asintotiche
 - 1.6. Dimostrazione delle proprietà dei limiti
- 2. Serie numeriche
 - 2.1. Definizione e primi esempi
 - 2.2. Serie a termini non negativi
 - 2.3. Serie a termini di segno variabile

Cap. 4. Funzioni di una variabile, limiti e continuità

- 1. Funzioni numeriche. Generalità
 - 1.1. Funzioni reali di variabile reale. Grafico
 - 1.2. Funzioni limitate
 - 1.3. Funzioni simmetriche
 - 1.4. Funzioni monotone
 - 1.5. Funzioni periodiche
- 2. Limiti, continuità, asintoti
- 3. Funzioni elementari
 - 3.1. Funzioni potenza
 - 3.2. Gradino di Heaviside; impulso unitario (di durata ε)
 - 3.3. Funzioni esponenziali e logaritmiche
 - 3.4. Funzioni trigonometriche
 - 3.5. Fenomeni vibratorii
 - 3.6. Funzioni iperboliche
 - 3.7. Operazioni sui grafici
- 4. Funzioni composte e inverse. Iterata di una funzione
 - 4.1. Funzioni composte
 - 4.2. Funzioni invertibili; funzioni inverse
 - 4.3. Le funzioni trigonometriche inverse
 - 4.4. Le funzioni iperboliche inverse
- 5. Funzioni continue

- 5.1. Funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$
- 6. Il calcolo di limiti
 - 6.1. Proprietà fondamentali
 - 6.2. Limiti notevoli
 - 6.3. Stime asintotiche e grafici

Cap. 5. Calcolo differenziale per funzioni di una variabile

- 1. Introduzione al calcolo differenziale
- 2. Derivata di una funzione
 - 2.1. Derivata e retta tangente
 - 2.2. Altre interpretazioni della derivata
 - 2.3. Derivate delle funzioni elementari
 - 2.4. Punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale.
- 3. Regole di calcolo delle derivate
 - 3.1. Algebra delle derivate
 - 3.2. Derivata della funzione composta
 - 3.3. Derivata della funzione inversa
- 4. Il Teorema del valor medio e le sue conseguenze
 - 4.1. Punti stazionari. Massimi e minimi locali
 - 4.2. Teorema del valor medio. Test di monotonia
 - 4.3. Soluzione di alcuni problemi di massimo e minimo
 - 4.4. Il Teorema di De L'Hospital
- 5. Derivata seconda
 - 5.1. Significato geometrico della derivata seconda
 - 5.2. Derivata seconda, concavità e convessità
- 6. Determinazione del grafico di una funzione
- 7. Calcolo differenziale e approssimazioni
 - 7.1. Differenziale e approssimazione lineare. Il simbolo di "o piccolo"
 - 7.2. Limiti notevoli e sviluppi
 - 7.3. Sviluppi di Taylor-Mac Laurin con resto secondo Peano
 - 7.4. Sviluppi di Taylor-Mac Laurin con resto secondo Lagrange
 - 7.5. Risoluzione approssimata di equazioni: il metodo di Newton
- 8. Serie di Taylor, serie di potenze, esponenziale complesso
 - 8.1. Serie di Taylor delle trascendenti elementari
 - 8.2. Esponenziale complesso.

Cap. 6. Calcolo integrale per funzioni di una variabile

- 1. Introduzione al calcolo integrale
- 2. L'integrale come limite di somme
- 3. Le proprietà dell'integrale
- 4. Il Teorema fondamentale del calcolo integrale
- 5. Metodi elementari di ricerca di una primitiva. Calcolo di integrali indefiniti e definiti
 - 5.1. Integrali immediati, per scomposizione, per sostituzione
 - 5.2. Integrazione per parti
- 6. Alcune applicazioni fisiche e geometriche
- 7. Funzioni integrabili, integrali generalizzati

- 7.1. Integrali di funzioni discontinue
- 7.2. Integrazione di funzioni non limitate
- 7.3. Criteri di integrabilità al finito
- 7.4. Integrazione su intervalli illimitati
- 7.5. Criteri di integrabilità all'infinito
- 8. Funzioni integrali
- 9. Convoluzione e sistemi fisici lineari
- 10. Appendice: calcolo delle primitive per alcune classi di funzioni
 - 10.1. Integrazione delle funzioni razionali
 - 10.2. Integrazione delle funzioni trigonometriche
 - 10.3. Integrazione delle funzioni irrazionali

Cap.7. Equazioni differenziali

- 1. Modelli differenziali
- 2. Equazioni del prim'ordine
 - 2.1. Generalità
 - 2.2. Equazioni a variabili separabili
 - 2.3. Equazioni lineari del prim'ordine
- 3. Equazioni lineari del second'ordine
 - 3.1. Spazi di funzioni
 - 3.2. Equazioni lineari del second'ordine. Problema di Cauchy
 - 3.3. La struttura dell'integrale generale
 - 3.4. Equazioni omogenee a coefficienti costanti
 - 3.5. Equazioni non omogenee
 - 3.6. Vibrazioni meccaniche
- 4. Cenni alle equazioni lineari di ordine n a coefficienti costanti

Cap. 8. Equazioni alle differenze

- 1. Equazioni alle differenze lineari (1° ordine)
- 2. Equazioni alle differenze lineari (2° ordine)
- 3. Equazioni non lineari del 1° ordine

Cap. 9. Calcolo infinitesimale per le curve

- 1. Gli oggetti del calcolo infinitesimale in più variabili. Curve nel piano o nello spazio come funzioni vettoriali di variabile reale
- 2. Limiti e continuità per funzioni vettoriali di variabile reale
- 3. Arco di curva continua, regolare
- 4. Lunghezza di un arco di curva
- 5. Integrali di linea (di prima specie)

Cap. 10. Calcolo differenziale per funzioni reali di più variabili

1. Grafici e insiemi di livello
2. Limiti e continuità per funzioni di più variabili
 - 2.1. Definizioni e proprietà di limiti e funzioni continue
 - 2.2. Calcolo dei limiti in due variabili: analisi delle forme di indeterminazione
3. Topologia, funzioni continue, insieme di definizione e segno
 - 3.1. Definizioni fondamentali.
 - 3.2. Proprietà topologiche delle funzioni continue
4. Derivate parziali, piano tangente, differenziabilità
 - 4.1. Derivate parziali
 - 4.2. Piano tangente
 - 4.3. Differenziabilità e approssimazione lineare
 - 4.4. Derivate direzionali
 - 4.5. Calcolo delle derivate
5. Derivate successive e approssimazioni successive
 - 5.1. Derivate successive. Equazioni a derivate parziali
 - 5.2. Formula di Taylor al second'ordine. Differenziale secondo
6. Ottimizzazione. I. Estremi liberi
 - 6.1. Massimi e minimi liberi. Punti critici
 - 6.2. Forme quadratiche
 - 6.3. Studio della natura dei punti critici
7. Funzioni definite implicitamente
8. Ottimizzazione. II. Estremi vincolati
 - 8.1. Problemi con vincoli
 - 8.2. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange
 - 8.3. Punti di sella della Lagrangiana

Cap. 11. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili a valori vettoriali

1. Funzioni di più variabili a valori vettoriali: generalità
 - 1.1. Superfici in forma parametrica
 - 1.2. Trasformazione di coordinate
 - 1.3. Campi vettoriali
2. Limiti, continuità e differenziabilità per funzioni $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. Matrice jacobiana
3. Superfici regolari parametrizzate
4. Trasformazioni regolari di coordinate
 - 4.1. Trasformazione dell'elemento di volume
 - 4.2. Trasformazione di operatori differenziali
5. Campi vettoriali
 - 5.1. Linee integrali
 - 5.2. Campi conservativi e potenziali
 - 5.3. L'operatore rotore
 - 5.4. L'operatore divergenza e le identità differenziali che legano div, rot, grad
 - 5.5. Potenziale vettore
 - 5.6. Lavoro o integrale di linea di un campo vettoriale

- 5.7. Lavoro di un campo conservativo
- 5.8. Il linguaggio delle forme differenziali

Cap. 12. Calcolo integrale per funzioni di più variabili

- 1. Integrazione multipla in \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3
 - 1.1. Integrali doppi: definizione e calcolo come integrali iterati
 - 1.2. Cambiamento di variabili negli integrali doppi
 - 1.3. La formula di Gauss-Green nel piano
 - 1.4. Integrali doppi generalizzati
 - 1.5. Integrali tripli
 - 1.6. Derivazione sotto il segno di integrale
- 2. Integrale di superficie di una funzione continua
- 3. Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie, teoremi di Gauss-Green-Stokes.
 - 3.1. Flusso di un campo vettoriale
 - 3.2. Il teorema della divergenza
 - 3.3. Il teorema del rotore

Cap. 13. Serie di potenze e serie di Fourier

- 1. Serie di funzioni e convergenza totale
- 2. Serie di potenze
 - 2.1. Generalità sulle serie di potenze
 - 2.2. Un esempio di applicazione delle serie di potenze: il metodo di Frobenius per la soluzione di equazioni differenziali
- 3. Serie trigonometriche e serie di Fourier
 - 3.1. Polinomi trigonometrici e serie trigonometriche
 - 3.2. Coefficienti e serie di Fourier di una funzione. Approssimazione in media quadratica
 - Periodi diversi da 2π*
 - Coefficienti di Fourier di funzioni pari o dispari*
 - 3.3. Convergenza puntuale delle serie di Fourier
 - Derivabilità termine a termine delle serie di Fourier*
 - Velocità di convergenza a zero dei coefficienti*
 - 3.4. Alcune applicazioni fisiche
 - Interpretazione musicale delle serie di Fourier*
 - Energia di un segnale*
 - Applicazioni alle equazioni differenziali della fisica matematica*
 - 3.5. Sviluppo in serie di seni o di coseni
 - 3.6. Forma esponenziale complessa delle serie di Fourier

Cap. 14. Trasformata di Laplace e trasformata di Fourier

- 1. Trasformata di Laplace: definizione ed esempi
- 2. Proprietà della trasformata di Laplace
- 3. Trasformazione inversa di Laplace
- 4. Applicazioni alle equazioni differenziali: funzione di trasferimento di un sistema
- 5. Trasformata di Fourier

6. Proprietà della trasformazione di Fourier
7. Un'applicazione: studio dei circuiti *RC*

Appendice A. Formule utili

1. Costanti matematiche
2. Funzioni trigonometriche
3. Funzioni iperboliche
4. Derivate elementari
5. Regole di derivazione
6. Sviluppi di Mac Laurin delle principali funzioni
7. Tabella di primitive
8. Geometria lineare nel piano
9. Rette e piani nello spazio
10. Coniche
11. Trasformazioni di coordinate
12. Superfici

Appendice B. Grafici

Indice analitico