Prefazione

Questo libro è una rielaborazione del materiale preparato per i corsi di Metodi Matematici per l'Ingegneria (per ingegneria nucleare) e di Elementi di Analisi Funzionale e Trasformate (per ingegneria elettronica), entrambi da 5 crediti e con programmi parzialmente sovrapposti, che ho tenuto al Politecnico di Milano in questi ultimi anni. Ho ritenuto opportuno pubblicare questo materiale sotto forma di un unico testo, sensibilmente più ampio rispetto al contenuto di un corso di 5 crediti, per due ragioni. La prima è di carattere pratico: esistono vari corsi di "Metodi Matematici per l'Ingegneria", con contenuti simili ma diversificati, e mi è sembrato utile mettere a disposizione uno strumento flessibile, che possa essere utilizzato per costruire corsi di tipo diverso, selezionando opportunamente il materiale dai vari capitoli. La seconda ragione è di carattere culturale. Corsi di questo tipo introducono teorie e strumenti matematici molto utili nell'ingegneria; tuttavia i tempi ristretti del corso consentono di illustrare solo velocemente e parzialmente le applicazioni fisico-ingegneristiche e i nessi tra le varie teorie. L'idea è allora quella di lasciare allo studente un testo che, contenendo più materiale di quello che rientrerà effettivamente nel corso, dia modo a chi è più interessato di curiosare in qualche paragrafo o capitolo non svolto per farsi un'idea di qualche applicazione in più e qualche nesso in più rispetto a quelli sviluppati in dettaglio nelle lezioni.

Contenuti. Il corso ha come solo prerequisito l'analisi matematica tradizionalmente insegnata nei corsi di base di ingegneria e presenta anzitutto gli argomenti istituzionali dell'analisi matematica superiore che costituiscono i fondamenti concettuali di tutta la materia del corso: generalità sugli spazi vettoriali normati, convergenza uniforme, spazi di funzioni continue (Cap. 1), misura e integrale di Lebesgue, spazi di funzioni integrabili (Cap. 2), generalità su operatori e funzionali lineari continui (Cap. 3), generalità sugli spazi di Hilbert (prima parte del Cap. 4), teoria delle funzioni derivabili di variabile complessa, con applicazioni al calcolo di integrali col "metodo dei residui" (Cap. 6). Seguono poi argomenti più operativi, in cui grazie ai fondamenti precedenti si sviluppano strumenti che hanno numerose applicazioni: i metodi di ortogonalità, per questioni di approssimazione o di risoluzione di problemi differenziali (parte del Cap. 4 e Cap. 5), le trasformate integrali di Fourier (Cap. 7) e di Laplace (Cap. 8), con un certo ventaglio di applicazioni, i primi elementi della teoria delle distribuzioni (Cap. 9), con applicazioni alla teoria dei filtri (Cap. 10). Le applicazioni fisico-matematiche o fisico-ingegneristiche presenti nel testo sono numerose e scelte da settori diversi.

Modularità. Per rendere effettiva la possibilità di utilizzare questo testo in modo modulare, costruendo percorsi diversi su misura, è stato necessario qualche accorgimento espositivo. La teoria delle funzioni di variabile complessa (Cap. 6) mette a disposizione, tra le altre cose, dei metodi di calcolo delle trasformate di Fourier (e dell'antitrasformata di Laplace). Tuttavia questo libro è costruito in modo che anche senza aver studiato il Cap. 6 sulla variabile complessa si possa comprendere il filo del discorso di tutto il seguito; in particolare, nel Cap. 7 (trasformata di Fourier) è stato inserito un paragrafo (che per chi ha studiato il Cap. 6 è ridondante) in cui si presenta schematicamente la procedura per calcolare la trasformata di Fourier di funzioni razionali, senza dimostrazioni ma senza necessità di aver studiato la teoria di variabile complessa. Nel § 8.3, la formula per l'antitrasformata di Laplace è presentata in una prima sottosezione in un modo operativo che non richiede la conoscenza della teoria di variabile complessa; in una successiva sottosezione, dedicata a chi ha studiato il Cap. 6, si fornisce una dimostrazione dei risultati enunciati in precedenza. Le trasformate di Fourier e di Laplace vengono introdotte e studiate prima per opportune classi di funzioni, nei Capp. 7 e 8, poi per opportune classi di distribuzioni nel Cap. 9; se la teoria delle distribuzioni non viene svolta, i Capp. 7 e 8 sono comunque autoconsistenti. Le applicazioni delle trasformate integrali e delle tecniche di ortogonalità alla risoluzione di problemi ai limiti per equazioni alle derivate parziali (EDP) sono un tema toccato in più punti del testo (§ 4.6, Cap. 5, § 7.3), anche se uno studio sistematico delle EDP non è tra gli obiettivi di questo corso. Queste applicazioni sono importanti e forniscono motivazioni significative per lo studio degli strumenti citati; al tempo stesso, l'omissione di queste applicazioni non pregiudica la comprensione del resto.

Dimostrazioni. Per il tipo di corso per cui è immaginato, questo testo non vuole essere un ricettario operativo, piuttosto vuole *rendere ragione* anche dei procedimenti operativi, e puntare alla crescita della consapevolezza critica del pensiero che soggiace a tante tecniche matematiche di uso comune in ingegneria e in fisica. Questo significa cercare di presentare non solo definizioni precise e concetti rigorosi, ma anche, in linea di massima, una dimostrazione dei risultati enunciati. Questo orientamento generale si scontra, d'altro canto, con la constatazione che tante conoscenze matematiche, di base ma un po' astratte, che fanno parte del bagaglio standard di uno studente di matematica, non sono invece solitamente fornite nei corsi matematici di base di ingegneria. Presentare un percorso logico *totalmente* autocontenuto che parta da quanto fornito in tutti i corsi di base di ingegneria appesantirebbe eccessivamente le parti introduttive del corso, a discapito dello spazio dedicato ai contenuti che questo corso principalmente intende veicolare. Ho quindi cercato qualche compromesso, soprattutto nei due capitoli introduttivi. Nel Cap. 1, alcuni risultati di base (la completezza di $\mathbb{R}$ e alcune semplici proprietà degli spazi metrici), argomenti concettualmente parte di un corso di analisi 1, ma difficilmente toccati a ingegneria, sono enunciati senza dimostrazione. Nel Cap. 2, tutti i risultati di base su misura e integrale di Lebesgue sono enunciati senza dimostrazione, per non dilatare eccessivamente la presentazione. Più avanti nel testo, invece, quasi tutti i risultati enunciati sono dimostrati. Sarà poi il docente a decidere quali dimostrazioni presentare effettivamente e quali no nel corso, ma la loro presenza nel testo vuole mostrare allo studente il fatto che il percorso impegnativo intrapreso consente di rendersi conto effettivamente di come si giustifichino certi risultati e di come la materia descritta costituisca un tutto coerente, ricco di nessi significativi. In generale, comunque, per ogni risultato non dimostrato si sono forniti riferimenti bibliografici opportuni.

Esercizi e complementi. Il taglio del corso è più teorico-concettuale che operativo. Gli esercizi sono importanti esemplificazioni dell'importanza e applicabilità della materia, ma non sono in questo corso il punto d'arrivo o lo scopo ultimo. Ad ogni modo, alla fine di ogni capitolo è presente un certo assortimento di esercizi, tutti forniti di svolgimenti completi (che si trovano nella versione online del testo), che a volte costituiscono un complemento della teoria in qualche direzione collaterale, e occasionalmente possono avere carattere teorico.

Come per gli altri miei testi, sarò grato a chi vorrà farmi avere i propri commenti o segnalare errori o imprecisioni, scrivendomi:

`marco.bramanti@polimi.it`

Milano, luglio 2017.