

Prefazione

Chi comincia lo studio della matematica non dovrebbe scoraggiarsi se scopre di non avere i prerequisiti necessari per studiare i prerequisiti.

Qualsiasi corso universitario di matematica che contenga anche i primi elementi di calcolo infinitesimale (si chiami "Analisi Matematica I", "Matematica A", "Istituzioni di Matematiche", o in qualunque altro modo), contiene al suo interno una marcia di avvicinamento, tradizionalmente piuttosto lunga, in cui si introducono il linguaggio, gli strumenti, gli oggetti, che si utilizzeranno in seguito; parallelamente, spesso nelle esercitazioni, si richiamano e consolidano le proprietà delle funzioni elementari (esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e loro inverse¹).

Il confine tra i contenuti "nuovi" di queste parti introduttive e i cosiddetti "prerequisiti" è spesso sfumato, e in realtà lo studente deve, al tempo stesso, richiamare alla mente cose studiate a scuola e acquisirne di nuove. Spesso le prime settimane del corso richiedono perciò allo studente un grosso lavoro personale, che solo parzialmente può essere guidato dalle lezioni.

Questo superlavoro chiesto allo studente all'inizio dei suoi studi, diventa a mio avviso ancora più gravoso nei corsi "breve" (come gli attuali corsi di Diploma e i corsi della laurea triennale di prossima comparsa), dove, anche se il programma risulta alleggerito in alcuni argomenti "avanzati", le conoscenze e abilità di base richieste non sono affatto ridotte, mentre ridotto è il numero di ore che vi si possono dedicare in aula.

Questo libro è scritto per aiutare lo studente ad affrontare in modo costruttivo lo studio di queste prime, cruciali, settimane del corso, e per aiutare lo studente che scopra, a posteriori, di avere gravi lacune di base, a colmarle in modo autodidatta.

Qui si forniscono quelle conoscenze, riguardanti soprattutto le funzioni elementari e i grafici di funzioni in generale, ma anche l'uso delle disuguaglianze, la nozione di estremo superiore, ecc., che sono necessarie per affrontare lo studio del calcolo infinitesimale in una variabile in modo fruttuoso e motivato. Inoltre, si affronta un ripasso ragionato della trigonometria e delle funzioni trigonometriche inverse, e si introducono i numeri complessi.

Non si è voluto distinguere in alcun modo ciò che si debba considerare contenuto "nuovo" (cioè specifico del corso universitario) da ciò che si debba considerare "prerequisito". Questo nella convinzione che la distinzione non abbia alcuna utilità *per lo studente*: il punto è che esiste un certo bagaglio di idee che lo studente deve possedere con padronanza, *oggi*: se le abbia incontrate per la prima volta anni fa o giorni fa, questo non fa molta differenza. Caso mai, sarà un problema del docente decidere quanto spazio dedicare a certi argomenti elementari nel corso; e questo è un problema che non si può risolvere una volta per tutte, ma solo in base al tipo di corso e di studenti che si hanno di fronte.

Come usare questo libro. Note per lo studente

Questo libro è uno *strumento per il lavoro personale*; va letto "attivamente", avendo sempre carta e penna a fianco, in modo da provare mentre si legge a svolgere i facili passaggi che talvolta sono omessi, con tutto il dettaglio che è necessario per capire. Come si vedrà, talvolta una spiegazione è interrotta da un simbolo



che richiede allo studente di fermarsi a riflettere e cercare di continuare per proprio conto, prima di proseguire nella lettura; questo nella convinzione che si capisca molto meglio un'argomentazione quando si è toccato con mano il problema a cui essa risponde, ovvero quando si è provato per proprio conto a risolvere il problema.

Numerosi esercizi sono assegnati nel testo; di tutti è riportata la soluzione nelle ultime pagine del libro, in modo che il lavoro personale possa avere un riscontro. Talvolta si sono proposti esercizi non di routine, fornendo opportuni suggerimenti, sempre per stimolare il lavoro personale.

Parecchi esercizi chiedono di *dimostrare* qualcosa. Lo studente è invitato a cimentarsi anche con questi (di cui pure è riportata la "soluzione"), a prescindere dal fatto che questo tipo di esercizio sia richiesto o no all'esame: questi esercizi sono infatti un'ottima verifica del fatto che le argomentazioni precedenti siano state comprese *criticamente*.

Avvertenze per il docente

Questo testo è stato scritto avendo in mente i corsi "brevi" che d'ora in poi, soprattutto nelle facoltà di ingegneria, sostituiranno i tradizionali corsi di analisi matematica e, se avrà un'accoglienza favorevole, potrebbe diventare il "volume zero" di un ciclo di volumetti che coprano per intero il calcolo infinitesimale insegnato in tali corsi.

Il *Calculus* a cui questo *PreCalculus* vuole introdurre è quello per le *funzioni reali di una variabile reale*. Si sono introdotte perciò solo quelle nozioni teoriche necessarie a questo scopo, senza allargare il discorso più del necessario.

Poiché il *Calculus* successivo può essere svolto, in corsi diversi, in modo più rigoroso oppure più pragmatico, si sono introdotti alcuni paragrafi e due capitoli, contrassegnati da un asterisco *, che si possono considerare "di approfondimento": ometterne la lettura non pregiudica la comprensione delle parti rimanenti. Ho cercato a questo modo di fornire, sugli argomenti più delicati (come: numeri naturali e assioma di induzione; numeri reali e proprietà dell'estremo superiore) due possibili itinerari logici: uno che affronta il problema in modo didatticamente motivato, l'altro che aggira il problema nel modo più onesto possibile, fornendo comunque quelle nozioni pragmaticamente utili al seguito del discorso.

Non ostante il carattere elementare degli argomenti trattati, questo testo non vuole essere un libro di ripasso delle matematiche elementari, ma l'inizio di un corso *universitario*, quanto agli obiettivi e al livello critico seguito.

Questo, a mio giudizio, deve andare di pari passo con l'acquisizione dell'abilità "manuale": di conseguenza teoria ed esercizio procedono come un unico discorso, così come, ritengo, dovrebbe accadere in aula.

Un criterio seguito è quello di introdurre una nozione astratta solo nel momento in cui è necessaria; quindi, ad esempio, sia la terminologia sulle funzioni che il discorso sui numeri reali sono stati introdotti in due tempi, prima a livello informale, e poi in modo più approfondito. Questa gradualità mi sembra particolarmente necessaria visto il carattere di questo libro, che è pensato per lo studio individuale.

Sarò grato a chiunque vorrà segnalarmi errori nel testo, o mi farà avere i suoi commenti. Il mio indirizzo e-mail è

MARBRA@MATE.POLIMI.IT

Questo testo è stato composto dall'autore, usando ϵ 4.0 come word processor matematico, mentre i grafici sono stati realizzati con Mathematica 2.0 e in qualche caso con Microsoft Excel e Word.

M. B.

Milano, ottobre '99